

**CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI**

A.A. 2021-2022

Prova scritta in aula del 07.06.2022

Parte II - Testo 1

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.*

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

**Esercizio n. 1 (17 punti)**

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità  $B$ ,  $M_B$ .

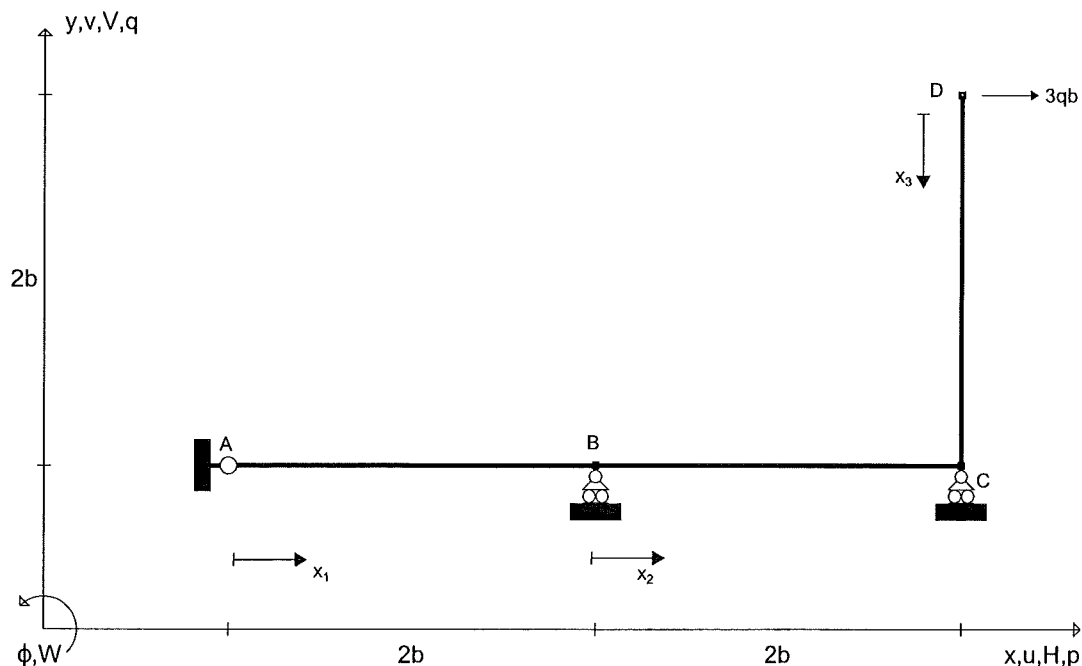
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, la rotazione del punto  $A$ ,  $\varphi_A$ .

*Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.*

Università' di Cagliari

SdC\_SdA 07.06.22\*001



## Esercizio n. 2 (7 punti)

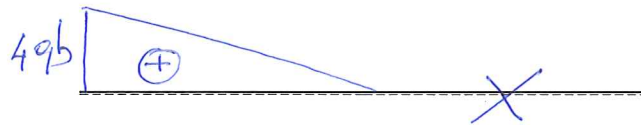
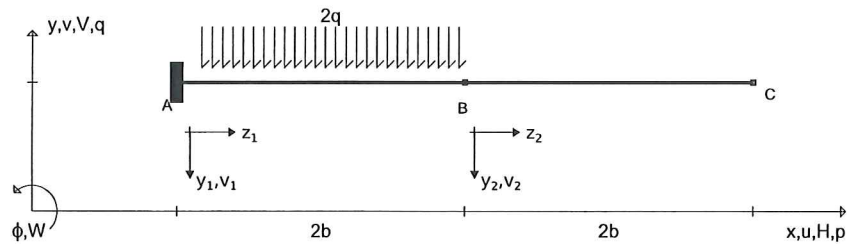
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti  $A$ ,  $B$  e  $C$ .

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

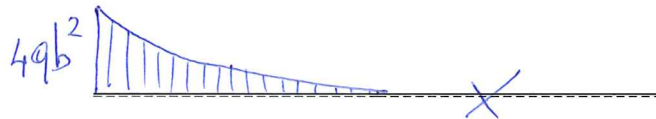
1. La deformata della linea d'asse,  $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$ ;
2. La sua derivata prima,  $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$ ;
3. La rotazione del punto  $B$ ,  $\varphi_B$ ;
4. Lo spostamento verticale del punto  $C$ ,  $v_C$ .

Università di Cagliari

SdC\_SdA 07.06.22\*001



$\uparrow \boxed{+} \downarrow$



$\curvearrowright \boxed{+} \curvearrowleft$

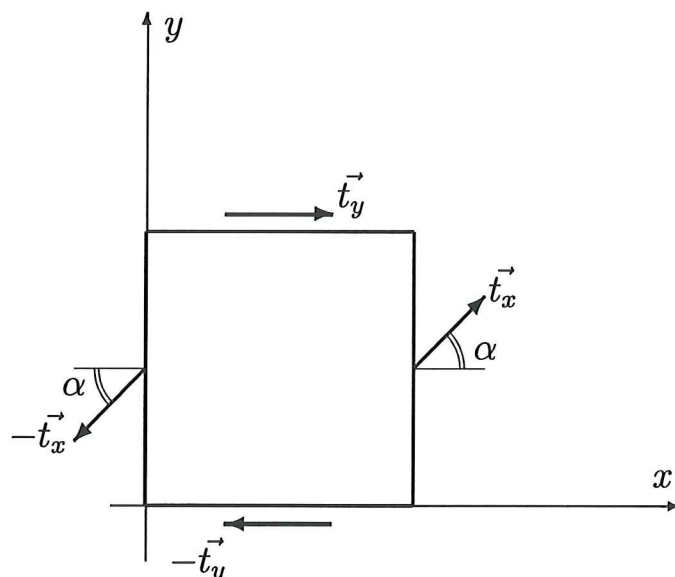
$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= 0; & V_A (\uparrow) &= 4qb; & M_A (\curvearrowright) &= 4qb^2; \\
 N_{AB} &= 0; & T_{AB} &= 4qb - 2qz_1; & M_{AB} &= -4qb^2 + 4qbz_1 - qz_1^2; \\
 N_{BC} &= 0; & T_{BC} &= 0; & M_{BC} &= 0; \\
 \text{c.c in } A &= \begin{cases} v_1(z_1=0) = 0 \\ v_1'(z_1=0) = 0 \end{cases}; & \text{c.c in } B &= \begin{cases} v_1(z_1=2b) = v_2(z_2=0) \\ v_1'(z_1=2b) = v_2'(z_2=0) \end{cases}; \\
 v_1(z_1) &= \frac{2qb^2z_1^2}{2!} - \frac{2}{3} \frac{qbz_1^3}{1!} + \frac{1}{12} \frac{qz_1^4}{1!}; & v_1'(z_1) &= \frac{4qb^2z_1}{1!} - \frac{2qbz_1^2}{1!} + \frac{1}{3} \frac{qz_1^3}{1!}; \\
 v_2(z_2) &= \frac{4qb^4}{4!} + \frac{8}{3} \frac{qb^3z_2}{3!}; & v_2'(z_2) &= \frac{8}{3} \frac{qb^3}{1!}; \\
 v_C &= \frac{28}{3} \frac{qb^4}{1!} (\downarrow); & \varphi_B &= \frac{8}{3} \frac{qb^3}{1!} (2);
 \end{aligned}$$

### Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi  $x$  e  $y$  ai vettori sforzo (piani)  $t_x$  e  $t_y$  rispettivamente; di questi  $t_x$  è inclinato rispetto all'asse  $x$  di un angolo  $\alpha = 60^\circ$  (sicché  $\cos \alpha = 1/2$ ;  $\sin \alpha = \sqrt{3}/2$ ) e ha modulo di valore  $|t_x| = 120$  MPa. L'altro vettore sforzo,  $t_y$ , è invece *orizzontale*, come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\tau_{xy}$  del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali,  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ , e la massima tensione tangenziale,  $\tau_{\max}$ .

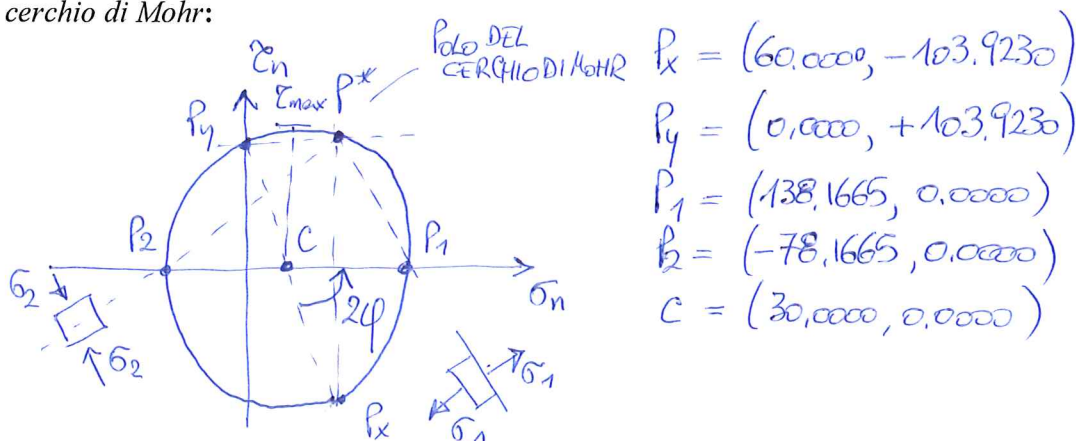
Determinare inoltre quanto vale l'angolo  $\varphi$  formato dall'asse  $x$  e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo,  $\sigma_1$ .



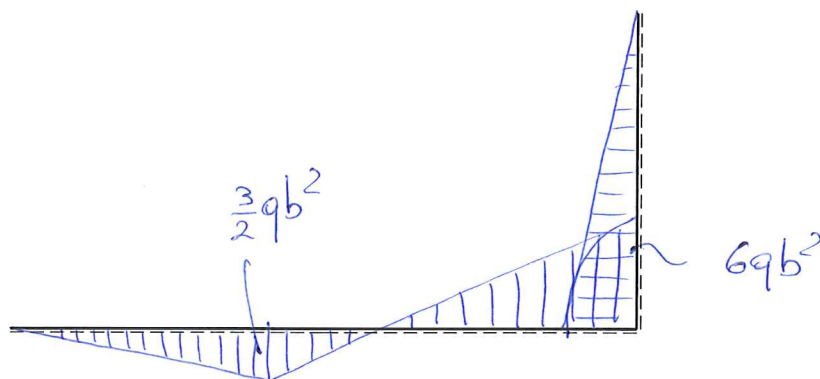
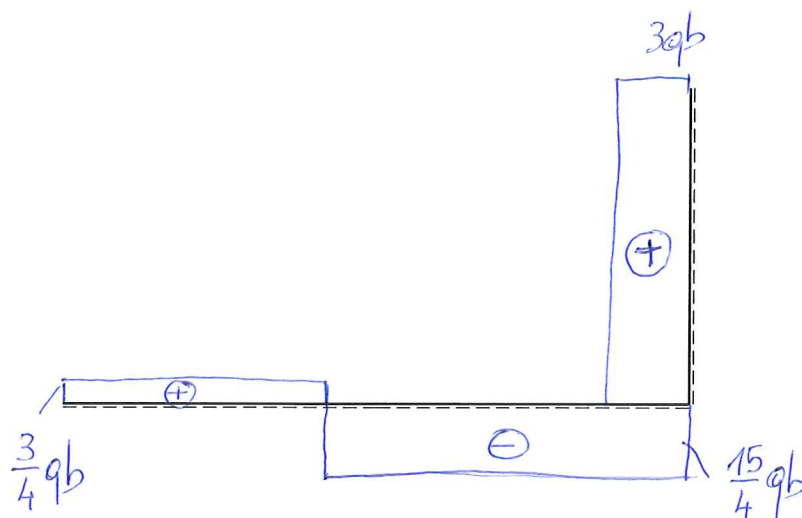
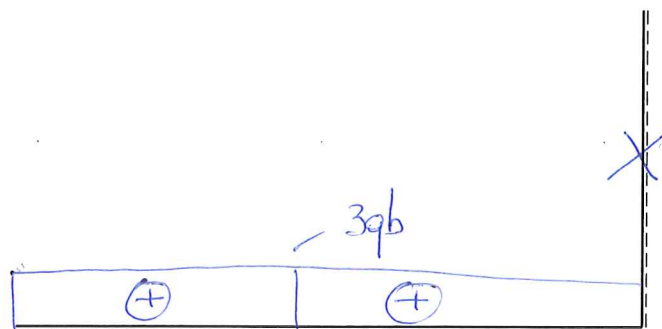
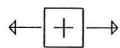
$\sigma_x = 60,000$  (MPa);  $\sigma_y = 0,000$  (MPa);  $\tau_{xy} = 60\sqrt{3} = 103,9230$  (MPa);

$\sigma_1 = 138,1665$  (MPa);  $\sigma_2 = -78,1665$  (MPa);  $\tau_{\max} = 108,1665$  (MPa);

cerchio di Mohr:



$\varphi = 36,9489$  (°); (↻)



$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= -3qb; & V_A (\uparrow) &= 3/4 qb; & V_B (\uparrow) &= -9/2 qb; & V_C (\uparrow) &= 15/4 qb; & M_B (\curvearrowright) &= 3qb^2; \\
 N_{AB} &= 3qb; & T_{AB} &= \frac{3}{4} qb; & M_{AB} &= \frac{3}{4} qb x_1; \\
 N_{BC} &= 3qb; & T_{BC} &= -\frac{15}{4} qb; & M_{BC} &= \frac{3}{2} qb^2 - \frac{15}{4} qb x_2; \\
 N_{DC} &= 0; & T_{DC} &= 3qb; & M_{DC} &= -3qb x_3; \\
 \varphi_A &= +\frac{1}{2} \frac{qb^3}{EI} (2);
 \end{aligned}$$